

Übungen zur Einführung in die Mathematische Logik

Übungsblatt 5

Aufgabe 1: (2 Punkte) Zeigen Sie im Sequenzenkalkül:

$$(a) \frac{\Gamma \quad \neg\neg\psi}{\Gamma \quad \psi}$$

$$(b) \frac{\Gamma \quad \psi}{\Gamma \quad \neg\neg\psi}$$

$$(c) \frac{}{\Gamma \quad \varphi \vee \neg\varphi}$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Zeigen Sie im Sequenzenkalkül, unter Zuhilfenahme der zusätzlich in der Vorlesung bewiesenen ableitbaren Regeln aus Kapitel 10.1 und 10.3 des Vorlesungsskripts:

$$(a) \frac{\Gamma \quad \varphi}{\Gamma \quad \varphi \vee \psi}$$

$$(b) \frac{\Gamma \quad \varphi \vee \psi \quad \Gamma \quad \varphi \rightarrow \chi \quad \Gamma \quad \psi \rightarrow \chi}{\Gamma \quad \chi}$$

Aufgabe 3: (3 Punkte) Wie Aufgabe 2 für:

$$(a) \frac{\Gamma \quad \varphi \quad \Gamma \quad \psi}{\Gamma \quad \varphi \wedge \psi}$$

$$(b) \frac{\Gamma \quad \varphi \wedge \psi}{\Gamma \quad \varphi}$$

Aufgabe 4: (3 Punkte) Wie Aufgaben 2 und 3 für:

$$(a) \frac{\Gamma \quad \varphi_x^t}{\Gamma \quad \exists x\varphi}$$

$$(b) \frac{\Gamma \quad \exists x\varphi \quad \Gamma \quad \varphi_y^x \quad \psi}{\Gamma \quad \psi} \text{ wobei } y \text{ nicht frei in } \Gamma \cup \{\exists x\varphi, \psi\} \text{ vorkommt.}$$

Aufgabe 5: (1 Punkt) Wie Aufgaben 2,3 und 4 für:

$$\frac{\Gamma \quad \varphi \quad \psi \quad \Gamma \quad \psi \quad \chi}{\Gamma \quad \varphi \quad \chi}$$